

## A tanulók matematikai tudásának alakulása – nemzetközi és hazai vizsgálatok

VIDÁKOVICH TIBOR–CSÍKOS CSABA

Tanulmányunkban az elmúlt évtizedekben Magyarországon végzett, a matematikai tudás empirikus megközelítésmódját alkalmazó vizsgálatokat tekintjük át. A matematikai tudást olyan gyűjtőfogalomként kezeljük, amely a matematika iskolai tanulása, továbbá a tanul-tak iskolai és iskolán kívüli alkalmazása szempontjából fontos pszichikus komponenseket foglalja magában. Itt csak a matematikai tudás kognitív összetevőinek vizsgálatára össz-pontosító kutatásokkal foglalkozunk.

A matematikai tudás területén megvalósult kutatások négy jelentős csoportját azonosít-tottuk: 1. a *matematikai tudásszint mérései*, diagnosztikus felmérések az iskolai matematika tantárgy (tantervi) követelményeihez kapcsolódva, 2. a *matematikai kompetencia* vizsgálatára irányuló mérések, 3. a *matematikai feladat- és problémamegoldást* vizsgáló szöveges felada-tokra épülő kutatások, és 4. a *matematikai alapkészségek* vizsgálata.

### *A matematikai tudásszint mérései, tantervértékelési vizsgálatok*

Az empirikus neveléstudományi vizsgálatok második világháború utáni újjáéledése dön-tően Kiss Árpád munkásságának köszönhető. Az 1950-es évek végén lebonyolított, több tantárgyat érintő felméréseinek köszönhetően a tanulók matematikai tudásszintjéről is ér-tekes adataink vannak, sőt konkrét feladatok megoldottsági szintjét is ismerjük. A vizsgált populációt a három mérésben az általános iskolából kilépő, a gimnáziumba belépő, illetve a gimnázium első osztályát befejező tanulók alkották, a felmérés átlagosan 330 tanuló közreműködésével valósult meg. A vizsgálatban nagy hangsúlyt kapott a tantervi követel-ményeknek való megfelelés problémája. Az eredmények alapján Kiss azt a következtetést fogalmazza meg, hogy „a vizsgált tanulók többségének tudásszintje nem vagy csak egyes ismeretkörökben éri el a tantervekben meghatározott magasságot” (Kiss, 1961, 611. o.).

Az ötvenes-hatvanas években jelentős változások történtek a nemzetközi összehasonlító vizsgálatok terén. Bár a tanulói teljesítmények értékelésére létrejött nemzetközi szervezet (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA) jogilag 1967 óta létezik, az első nemzetközi összehasonlító vizsgálatok már 1959-ben megkezdőd-tek. Magyarország 1969-ben csatlakozott a szervezethez, a kelet-közép-európai országok közül elsőként és sokáig egyetlenként. Az IEA első matematikai mérése 1963–1967 között zajlott, így abban nem vettünk részt.

A második IEA matematikai mérésnek (SIMS, Second International Mathematics Study) előkészítése igen jelentős volt abból a szempontból, hogy összekovácsolta a mate-

matikatanítás és mérés nemzetközi szakembereit. Ekkor jelent meg először nemzetközi mérésben, hogy a tanulói eredmények elemzését a tantervek tervezőinek, az iskolavezetők és a tanárok kérdőíves kikérdezésével nyert adatokkal kapcsolták össze. Ez a kutatás dolgozott először a tanterv három szintjének megkülönböztetésével: *intended, implemented, attained curriculum*; Báthory (1979) szóhasználatával: a *hivatalos, a bevezetett és a megvalósított* tanterv.

A második matematikai IEA-mérés 1979 és 1983 között zajlott, a róla szóló monográfiák több évvel később jelentek meg (lásd például *Robitaille–Garden*, 1989). A SIMS két tanulói populációt vizsgált, a 13 éves korosztályt és a felső középiskola végzős évfolyamát. Az utóbbi évfolyamról a magyarországi mintába gimnáziumi és szakközépiskolai osztályok is belekerültek, míg több országban „csak a felsőoktatási tanulmányokra előkészítő, gimnáziumi típusú iskolákból választották ki a tanulókat” (Báthory, 1992, a VII. fejezet 18. végjegyzete).

Az első populáció (Magyarországon a 8. osztályosok) eredményei szerint a 14 fejlett ország között 5. helyezett lett Magyarország. A mérés során öt tartalmi területen oldottak meg a 13 évesek feladatokat: aritmetika, algebra, geometria, mérés, leíró statisztika. A második populáció (a végzős középiskolások) körében számrendszerek, algebra, geometria, elemi függvények és kalkulus, valószínűségszámítás és statisztika témakörök szerepeltek. A középiskolai minta kiválasztásának problémái miatt *Robitaille–Garden* (1989) kiszámítottak egy mutatót, amely arra vonatkozik, hogy a középiskola végzős tanulói populációjában hány százalékra tehető a *magas teljesítményt nyújtók* aránya. Az eredeti mintában megfigyelhető 3 százalékos érték Magyarország esetében 17 százalékra módosul így, amellyel a 12 ország között az 5. helyen állunk.

A nemzetközi rendszerszintű mérésekkel gyakran párhuzamosan futó hazai nagymintás felmérések rendszerének kialakításában az első lépés az 1980-ban lebonyolított TOF-80 mérés volt, amelyet az IEA második matematikai felméréssel párhuzamosan bonyolítottak le. A nemzetközi és a későbbi hazai vizsgálatokban főszerepet játszó három műveltségi terület megjelenése mellett figyelemre méltó, hogy szerepelt a felmérésben háttérváltozóként a később oktatáspolitikai jelentőségű vált településtípus. A későbbi mérésekkel szemben a TOF-80 még kifejezetten a tantárgyi tudásszintmérésként tekinthető, amelynek fő célja az 1978-ban bevezetett tantervek értékelése volt.

A TOF-80 keretében, a 8. osztályos tanulók populációjában lebonyolított felmérés részletesebb eredményei taneszköz- és tantervértékelést is lehetővé tesznek (*Radnainé*, 1983, 154. o.). A matematikai tudás felméréséhez a második IEA matematikai mérés feladatait használták, és ezekből készültek a 7. osztályban használt tesztváltozatok és a 8. osztályos feladatlap. A felmérés 8. osztályos tanulók körében zajlott, akik részben a „régit”, részben az ideiglenes tanterv szerint tanultak, és alig voltak olyanok, akik az akkor újnak számító, 1978. évi tanterv szerint.

A szerző – leíró statisztikai összehasonlítás eredményeként – megállapítja, hogy „általában jobb az ideiglenes tanterv szerint tanulók teljesítménye” (153. o.). Az IEA második matematikai felmérésének megfelelő hazai középiskolai mérés eredményeiről *Radnainé–Habermann* (1984) közölt adatokat, elsőként publikálva a gimnáziumi és szakközépiskolai tanulók teljesítményét összehasonlító, reprezentatív mintából származó eredményeket.

Az 1986. évi Monitor-felmérés részben az 1978-as tantervhez kapcsolódó tanterv-értékelő vizsgálatnak tekinthető, de egyúttal ez volt az első a kialakuló rendszeres hazai monitorvizsgálatok között. A matematika területén 4., 8., 10. és 12. osztályosokkal végzett felmérésekről Hajdu Sándor tanulmányai számolnak be (Hajdu, 1989, 1991). Lényeges eredménynek tartjuk, hogy megtörtént a matematika osztályzatok és a külső szakértők által készített matematikai tudásszintmérő teszten elért eredmények összefüggés-vizsgálata. A két változó közötti korreláció értéke 0,581-nek adódott, ami 33,76 százalékos determinációs együtthatót jelent.

A Monitor '86 adatainak elemzésében is helyet kapott a településtípus szerepének vizsgálata. Az eredmények szerint a községi tanulók alacsony átlagos teljesítménye mögött a városi arányhoz közeli mértékben fordulnak elő jó átlagteljesítményű községi iskolák, de ugyanakkor jóval a városi arány fölött van a gyenge teljesítményű községi iskolák aránya.

A matematikai teljesítménnyel kapcsolatban gyakran felmerülő kérdés, hogy a nemek közötti különbség milyen irányú és milyen mértékű. Az első Monitor-mérés az iskolai évfolyamok és a mért tartalmi területek függvényében mutatott ki nemek közötti különbségeket. A későbbi mérésekben is alapvető tendencia szerint a középiskolában a fiúk fölénye jellemző (lásd például Vári és szerzőtársai, 1998).

A matematikatudás értékelésében az elmúlt évtizedekben fontos szerepet játszottak a megyei szintű felmérések, illetve a hasonló szerepű fővárosi felmérések is. A hazai tudásszintmérések egyik legmarkánsabb vonulatát Orosz Sándor Veszprém megyei vizsgálataiban (Orosz, 1998, 2001) követhetjük nyomon. Az általános iskolából kilépő tanulók tudásszintjét az 1989–1991 közötti időszakban, majd 1996-ban mérték fel több tantárgyból, köztük matematikából is. A vizsgálat eredményei szerint a két időszak között a vizsgált tantárgyak többségének átlagteljesítményében nem mutatkozott szignifikáns változás, meglepő hanyatlást tapasztaltak viszont a matematikai átlagteljesítményekben. A vizsgálat másik fontos eredménye, hogy felhívta a figyelmet az iskolák közötti, fokozódó polarizációra: a két időszak között nőttek az iskolák közötti különbségek.

Ugyancsak fontos a tantárgyi osztályzatok és a teszteken mutatott teljesítmények összefüggéseinek vizsgálata, amely rámutatott az egyes osztályzatokat elért tanulók teljesítményei közötti nagymértékű átfedésekre. Az eredmények szerint matematikából az átlagosnál szorosabb az osztályzatok és a teszteredmények közötti összefüggés, tehát a matematikatanárok a következetesebben értékelők közé tartoznak. Ez összhangban van a szegedi egyetem iskolaitudás-vizsgálatának eredményeivel (lásd például Csapó, 2002).

A nemzeti alaptanterv megjelenése előtti időszakban a diagnosztikus pedagógiai felmérések országos elterjedésének és szerepük növekedésének voltunk tanúi. Ebből az időszakból Pálmay Lóránt munkáját emeljük ki, aki budapesti felső tagozatos diákok matematikátudását mérte föl (Pálmay, 1994). A megjelenését követő néhány évben a nemzeti alaptanterv – érthető módon – valamelyest meghatározta a tudásszintméréseket is. A kérdés ezekben a vizsgálatokban általában az volt, hogy mennyire felelnek meg a tanulók ismeretei, készségei a nemzeti alaptanterv követelményeinek.

## *A matematikai kompetencia területén végzett felmérések*

A matematikai felkészültség területén végzett hazai felmérések elsősorban a nemzetközi rendszerszintű pedagógiai felmérésekben megvalósult magyar részvételhez köthetők. A *harmadik nemzetközi matematikai és természettudományi vizsgálat* (Third International Mathematics and Science Survey, TIMSS) az IEA addigi legnagyobb szabású felmérése volt 45 ország és közel félmillió tanuló részvételével. A korábbi két matematikai IEA-méréshez képest több jelentős különbséget állapíthatunk meg a matematikai tudásmérések gyakorlatának fejlődése szempontjából. Megjelentek a nyílt végű, a tanuló által megkonstruálható választ igénylő feladatok, másrészt pedig a matematikai tantárgyi tudásmérés helyett a matematika mint kulturális eszköz került előtérbe (Beaton és szerzőtársai, 1996).

Jelentős különbség a korábbi IEA-mérésekhez képest a valószínűségi tesztelméleti modellek megjelenése az értékelésben. A tanulói teljesítményeket és a feladatok nehézségparamétereit olyan közös skálán helyezték el, amelynek átlaga 500, a szórás pedig 100. A vizsgálatban részt vevő tanulók átlagos eredménye tehát 500, a 400-nál kisebb és a 600-nál magasabb pontszámok az átlagtól való jelentős eltérésként interpretálhatók.

A felmérés részletes tudnivalóit háromkötetes technikai kézikönyvben adták ki. Ezen túl a felmérés adatgazdagsága és helyenként meglepő eredményei számos monográfia megszületését inspirálták. Magyar nyelven *Vári–Krolopp* (1997) foglalták össze a vizsgálat céljait, felépítését és eredményeit.

Az eredmények értelmezése több okból is körültekintést kíván. Több részt vevő országnál nem volt reprezentatív a tanulói minta az egész országra nézve. Ha ezeket az országokat is figyelembe vesszük a teljesítmények rangsorában, akkor matematikából a 14 évesek populációjában Magyarország 41 ország között a 14. legjobb eredményt érte el. A minden szempontból megfelelő tanulói kört felmérő 25 ország között a 10. legjobb a magyar átlagteljesítmény.

Magyar szempontból nem beszélhetünk súlyos visszaesésről a második IEA-vizsgálathoz képest, viszont a PISA-mérés gyöngye eredményeit előrevetítette, hogy milyen típusú feladatokon voltak relatíve gyöngébbek tanulóink. A mért területek elemzéséhez most nemcsak a matematikatudomány részterületei szolgáltattak rendező elvet, hanem különböző teljesítménykategóriákba sorolták az egyes feladatok: tárgyi tudás, rutinszerű eljárások, komplex eljárások, problémamegoldás.

A TIMSS-méréssorozat folytatódott és folytatódik. A harmadik mérés kedvezőtlen képet rajzolt a magyar matematikatanítás eredményességéről (Mullis és szerzőtársai, 1998), ám a harmadik mérés ismétlése 1999-ben ismét a nemzetközi élmezőnyben találta Magyarországot (lásd Mullis és szerzőtársai, 2000). A TIMSS (amely rövidítés időközben a Trends in International Mathematics and Science Study értelmezést kapta) 2003-ban ismét átlag fölötti eredményeket hozott. Ebben a mérésben (lásd Gonzales és szerzőtársai, 2004) 4. és 8. osztályos tanulók vettek részt. A magyar tanulók teljesítménye mindkét korcsoportban a részt vevő országok átlaga fölött volt. Megfigyelhető, hogy az eddigi TIMSS-mérések során a nyolcadikosok teljesítményében nincs jelentős változás.

Az IEA-mérésekben kapott kedvező adatok után meglepetésként hatottak az OECD által szervezett PISA (a tanulói teljesítmények nemzetközi értékelésének programja, Programme for International Student Assessment) felmérések eredményei, ugyanis az első PISA-felmérés alapján 2000-ben a magyar 15 éves tanulók matematikai műveltsége szignifikánsan az OECD-országok átlaga alatt volt. Az első PISA matematikai mérés adatait részletesen bemutatja Vári Péter által szerkesztett monográfia (Vári, 2003).

A PISA-mérések – összhangban céljukkal – átfogó definícióját adják a mért területnek. A 2003. évi PISA-vizsgálatban, mivel a matematika állt a vizsgálatok középpontjában, lehetőség nyílt a matematikai műveltség egyes összetevőinek részletes elemzésére is. Négy tartalmi területet definiáltak: tér és forma – változások és relációk – mennyiség – bizonytalanság. A matematikai megismerés tevékenységeinek három szintjét határozták meg: reprodukciós, összekapcsoló és reflektív készségek. A feladatok nehézségi szintjeit is figyelembe véve, összesen 85 feladat szerepelt. A PISA 2003 emellett a matematikai műveltséget meghatározó gazdasági-társadalmi, valamint családi-kulturális tényezők hatását is kiemelten kezelte (lásd *Balázsi és szerzőtársai, 2005b*).

A 2003. évi PISA-vizsgálatban a magyar tanulók átlageredménye 490 pont volt, ami az OECD-országok átlaga alatt van. Az említett négy, részletesen feltárt tartalmi területen a következő eredmények születtek: tér és forma területen 479, változások és relációk témában 495, a mennyiségek területén 496, míg a matematikai bizonytalanság témakörében 490 lett az átlagpontoszám. Az első két tartalmi terület esetén lehetőség van a 2000. évi adatokkal összevetésre, és az alapján a tér és forma területen nincs változás, ám a változások és relációk témában jelentős javulás mutatkozott. A 2000-ben megszületett összesített matematikai teljesítményátlagunk 488 volt, a 2006. évi mérés során pedig 491 pontos átlagot értünk el. A PISA-mérésekkel kapcsolatos adatok magyar nyelvű forrásaként Vári (szerk.) (2003) monográfiája mellett *Felvégi (2005)*, *Balázsi és szerzőtársai (2005b)* tanulmányait, valamint a PISA 2006 jelentés magyar fordítását (*Balázsi és szerzőtársai, 2007*) említjük.

A PISA-vizsgálatok nyomán, azok módszereit, feladattípusait követve indultak az országos kompetenciamérések, amelyek keretében két terület, a szövegértési képesség és a matematikai eszköztudás mérésére kerül sor. Az első kompetenciamérést 2001-ben, az 5. és a 9. évfolyamon szervezték. A sorozat 2003-ban folytatódott, de akkor már a 6. és a 10. évfolyamon, a 2004. évi vizsgálatban pedig a 6. és a 10. évfolyamosokon kívül 8. évfolyamosok is szerepeltek (*Balázsi és szerzőtársai, 2005a*). Később, 2006-tól már a 4. évfolyam mérése is bekapcsolódott az országos kompetenciamérések programjába.

Az eredmények elemzése és dokumentálása is a PISA-metodikát követi, így a kompetenciaméréseknek az első években jelentős szerepük volt abban, hogy az iskolák, a pedagógusok megismerjék a mérés és az elemzés korszerű, a nemzetközi vizsgálatokban is alkalmazott módszereit. A kompetenciamérés másik, időközben előtérbe került célja, hogy az eredmények alapján az iskolák elhelyezhessék magukat az országos, illetve a hasonló helyzetű intézmények mezőnyében. Ez összekapcsolódik a pedagógiai hozzáadott érték számításának lehetőségével, az ehhez szükséges indexek és számítási módszerek folyamatos fejlesztés alatt állnak (*Balázsi és szerzőtársai, 2005a*).

A kompetenciamérés matematikai tesztjein elért eredmények alapján (a PISA-vizsgálatokhoz hasonlóan) képességszinteket különböztettek meg (*Balázsai és szerzőtársai, 2005a*). A 2004. évi mérésben a 6. évfolyamos tanulók 25 százaléka volt a 4. vagy a 3. szinten, ugyanez a csoport a 8. évfolyamon 28 százalékot, a 10. évfolyamon pedig 30 százalékot tett ki. Ez azt jelenti, hogy a kismértékű növekedés ellenére a jól teljesítők aránya minden évfolyamon alacsony marad. Az 1-es vagy az alatti szinten levők aránya a 6. évfolyamosok körében 43 százalék, a 8. évfolyamosok között 39 százalék, a 10. évfolyamon pedig 35 százalék volt. Tehát a képességszála másik oldalán, a kismértékű csökkenés ellenére a tanulók jelentős hányada nincs felkészülve a használható feladatmegoldásra, vagy legfeljebb ismerős típusú feladatokat tud megoldani.

### *A matematikai szövegesfeladat-megoldás vizsgálatai*

A matematikai szöveges feladatok a matematikai problémamegoldás folyamatainak feltárására alkalmasak. A feladatok megoldásához szükséges készségek működésének megismerése mellett ezek a felmérések sokkal inkább a feladatmegoldó stratégiák vizsgálatának terepévé váltak. Ezekben lehetőség nyílik az általános értelemben vett problémamegoldó gondolkodás elméleti modelljeinek és kutatás-módszertani hagyományainak felhasználására egy olyan területen, amely a társadalmi érdeklődés középpontjában van.

Nagy József és Csáki Imre alsó tagozatos szöveges feladatbankja már a feladatmegoldás folyamatainak minél objektívebb értékelése szándékával született (*Nagy–Csáki, 1976*). A feladatbank jelentőségét emeli, hogy ez volt az első hazai, következetesen kidolgozott taxonómiára épülő és korszerű fejlesztési módszereket alkalmazó feladatbank. A 384, a negyedik osztályos követelményekre épülő feladat eredeti bemérése, paraméterezése 1972-ben zajlott. A feladatbank 25 évvel később is használható feladataival 1997-ben újbóli országos mérésre került sor, a két mérés eredményeinek összehasonlításával nyomon követhető a teljesítmények egy generáción átívelő változása (*Vidákovich–Csapó, 1998*). A matematikai szöveges feladatok kulturális-társadalmi beágyazottságát jelzi, hogy az eredeti 384 feladat többsége alkalmatlannak bizonyult a 25 évvel későbbi felhasználásra.

A korábbi szöveges feladatbankból összeállított két teszt-sorozattal (nyolc teszttel) végzett mérésben összesen több mint 13 300, 4., 6., 8. és 10. évfolyamos tanuló vett részt, a középiskolai évfolyamból gimnazisták, szakközépiskolások és szakmunkástanulók is. Az eredeti feladatbank a 4. osztályos tantervi követelményekre épült, azonban az újabb felmérés a felsőbb évfolyamosokra is kiterjedt, mivel a szövegesfeladat-megoldás során működő alapkészségek fejlettsége a felsőbb évfolyamokon is fontos.

A fejlődési tendenciák és fejlettségbeli különbségek vizsgálata több szempontot is figyelembe vett. Mivel a feladatok a *Nagy–Csáki (1976)* által végzett mérésben is szerepeltek, így a két mérés eredményei összehasonlíthatók. Eszerint az 1997. évi eredmények átlagosan 10–12 százalékkal jobbak, mint a korábbi, 1972. évi mérés eredményei. A két vizsgálat közti különbség a 4., 6. és 8. évfolyamon jelentősebb, a 10. évfolyamon viszont már nem

szignifikáns. Az eredmények magyarázata lehet az, hogy a két mérés közti időszakban növekedett az alsó tagozatos oktatás eredményessége, de más tényezők is szóba jöhetnek, például az általános akceleráció.

Az átlagteljesítményekben kimutatható, évfolyamok és képzési típusok közötti különbségek mellett fontos eredményeket hozott a teljesítményeloszlások évfolyamonkénti és képzési típusonkénti vizsgálata is. A témakör fontossága alapján az eredményes továbbhaladáshoz legalább 70 százalékos teljesítményre lenne szükség. Ezzel szemben a 4. évfolyamosok között körülbelül 50 százalék volt azok aránya, akiknek a teljesítménye nem érte el a 70 százalékot. Ugyanez a csoport a 6. évfolyamosok 30 százalékát, a 8. évfolyamosok 20 százalékát, a 10. évfolyamosok 10 százalékát tette ki, ezek a tanulók nem felelnek meg az alsó tagozat végi követelményeknek sem. Amint várható volt, a nem megfelelően teljesítők aránya a szakmunkásképzőkben a legnagyobb, körülbelül 25 százalékos. Ez azt jelenti, hogy a szakmunkástanulók ezen a területen 2-3 évvel vannak elmaradva a korosztályukra egyébként jellemző átlagos fejlettségi szinttől (Vidákovich–Csapó, 1998).

Egy 2002-ben megvalósult nagymintás vizsgálatban (Csíkos, 2003) a nemzetközi szakirodalomban részletesen elemzett feladatsor hazai kipróbálására került sor 5. osztályos tanulók körében. Ebben olyan feladatok is szerepeltek, amelyek megoldásához hétköznapi fogalmak és a fogalmak közötti viszonyok megfelelő mentális reprezentációjára volt szükség, és amelyeknél a megszokott „keresd a két számadatot, kösd össze azokat valamilyen művelettel, és így adódik a végeredmény” stratégia helytelen megoldáshoz vezetett. A hagyományos feladatváltozatokban ugyanakkor eredményesnek bizonyult ez a megoldási stratégia.

Megállapítható, hogy a nagymintás felmérés tanulóinak átlaga beleesik a számos országból származó adatok tartományába. A megfigyelt megoldásmintázatok sok esetben azt igazolták, hogy a tanulók olyan megoldási stratégiákat alkalmaznak, amelyek nem kedveznek a valóságos adatokat és viszonyokat tartalmazó (realisztikus) feladatok megfelelő modellezéséhez. Kelemen (2004) vizsgálata, 7. osztályos tanulók körében, ugyancsak feltárta a realisztikus feladatok megoldásának nehézségeit, és ugyanakkor a matematika iránti attitűdhez, a családi-kulturális jellemzőkhöz tudta kapcsolni a kapott eredményeket.

Kontra (1999) kutatásában az úgynevezett belátásos (*insight*) problémák és a matematikai osztályzatok között szoros korrelációt talált. A belátásos problémák jelentős része olyan matematikai szöveges feladatnak tekinthető, amely adathiányos vagy intranszparens, így a megoldás során főszerephez juthatnak a problémamegoldó gondolkodás metakognitív elemei is. A vizsgálatokból arról is képet kaphattunk, hogy a matematikai szöveges feladatok alapsokaságának milyen kvantitatív jellemzői lehetnek – a tanulói teljesítményeket háttérváltozóként használva (Kontra, 2001). Konkrétan arra nyílt lehetőség, hogy a feladatok nyelvi jellemzői, matematikai struktúrája és az eredményes megoldás szintje közötti összefüggéseket elemezze a szerző.

## *A matematikai alapkészségek vizsgálata*

A matematikai alapkészségek és -képességek első hazai empirikus vizsgálatait a szegedi egyetem kutatói végezték. Nagy József a hatvanas évek második felétől folytatott kutatásaiban országos reprezentatív mintákon végzett mérésekben – azóta is egyedülálló részletességgel – térképezte fel az alapkészségek állapotát, illetve fejlődését. A matematika területéhez kapcsolódó vizsgálatai közül kiemelkedő jelentőségű az elemi és az alpműveleti számolási készségek felmérése (Nagy, 1971, 1973), valamint az alsó tagozatos szöveges feladatbank (Nagy–Csáki, 1976) kidolgozása és bemérése.

Ugyancsak Nagy József nevéhez fűződik a hetvenes évek végétől a Prefer (Preventív Fejlettségvizsgáló Rendszer) kidolgozása (Nagy, 1986), amelynek tesztjei közül a matematikai alapkészségekhez elsősorban a számlálás és a mennyiség kapcsolható. A Prefer azon kevés hazai fejlesztésű tesztrendszer egyike, mely a publikálást követően hosszabb idő keresztül használható és használatos maradt. A tesztrendszer kidolgozása és országos bemérése során végzett kutatómunka eredményei (Nagy, 1980) között nagy mennyiségű referenciaadat található, melyek mintegy két évtizeden keresztül jelentettek hivatkozási alapot az alkalmazó vizsgálatok számára.

A Prefer alkalmazására a nyolcvanas években több átfogó kutatásban is sor került. A Prefer és az iskolába lépő korosztály vizsgálatára használatos más mérőeszközök (többnyire intelligenciatesztek) összefüggéseit vizsgálta Vidákovich (1989). A vizsgálat fontos eredménye, hogy a Prefer számlálás és mennyiség résztesztjének magyarázó ereje jelentős a vizsgálatba bevont mérőeszközök körében, azaz ez a két matematikai alapkészség meghatározó jelentőségű az iskolába készülő gyermekek intellektuális fejlettségében.

A korábbi mérőeszközök aktualizálását célzó vizsgálatok 1999-ben indultak, szintén Nagy József irányításával. Ezek során alakult ki a Prefer átdolgozott, friss referenciaadatokkal ellátott változata, a Difer (Diagnosztikus Fejlődésvizsgáló Rendszer; Nagy és szerzőtársai, 2004). Ennek bemérésére 2002-ben, első évfolyamos tanulók mintegy 23 000 fős országos reprezentatív mintáján került sor, kiegészítve középső és nagycsoportos óvodások, illetve második és harmadik évfolyamos általános iskolások kisebb (néhány száz fős) mintáival.

A Difer matematikai szempontból releváns tesztjei közé elsősorban az elemi számolási készség tartozik. Mint a Difer legtöbb tesztje esetében, az eredmények összehasonlíthatók a Prefer eredeti tesztjének eredményeivel. Eszerint az elemi számolási készség országos átlagai a 2002. évi mérésben 10–20 százalékkal jobbak voltak, mint az 1975. évi mérésben. A különbség az óvodai nagycsoportban és az első évfolyamon a legnagyobb, de a középső csoportban és a második évfolyamon is eléri a 10 százalékot.

A Difer országos bemérése kapcsán a településtípusok szerinti eredmények elemzésére is sor került. Ennek alapján a vizsgált készségek fejlettségében a településtípusok átlagai között nincsenek pedagógiai szempontból is szignifikáns különbségek. Az elemi számolási készség országos eredményei között a legmagasabb átlag (90 százalék, Budapest) és a legalacsonyabb átlag (87 százalék, községek) eltérése a készség spontán fejlődésében csupán néhány hónapot jelent.

A matematikatanulás szempontjából különösen jelentős terület a matematikai megértés (Dobi, 2002). A szegedi egyetem által irányított iskolaitudás-vizsgálaton (Csapó, 1998, 2002) belül ennek a területnek az értékelésére is sor került. A felmérésben használt feladatok között a műveletvégzés, az alapértelmezések (fogalmak), a feladatmegoldás, a problémamegoldás és a grafikonértelmezés kapott helyet.

A vizsgálatban szerepelt két évfolyam (7. és 11.) átlageredményei (30,1 százalék, illetve 46,7 százalék) között szignifikáns különbség van, de mindkét eredmény gyengébb a matematika tantárgyi teljesítmények alapján elvárhatónál. A magasabb évfolyamos mintán belül a gimnazisták átlaga 51,1 százalék, a szakközépiskolások átlaga 38,9 százalék. A gyenge eredményeket a szerző azzal magyarázza, hogy a matematikatanítás elsősorban a matematika tantárgyban hagyományos, „iskolás” jellegű típusfeladatok megoldására készíti fel a tanulókat, az azoktól csak kicsit is eltérő, nem típusfeladatok megoldása már sokkal nehezebben megy.

\*

A matematikai műveltség empirikus vizsgálatainak áttekintése nemcsak a kutatók és a mérővel foglalkozó szakemberek, hanem a lehetséges felhasználók és döntéshozók számára is tanulságokkal szolgál. A rendszerszintű felmérések hasznosítói elsősorban oktatáspolitikusok, a tantárgyhoz kötődő felmérések hasznosítói intézményvezetők és szaktanárok lehetnek. A szövegesfeladat-megoldás és az alapkészségek kutatása a tudományos közösségekben válthat ki nagyobb érdeklődést. E két utóbbi terület azzal tudja igazolni jelentőségét, hogy eredményeik megjelennek a rendszerszintű mérések és a tantárgyhoz kapcsolódó mérések tudásértelmezésében.

## HIVATKOZÁSOK

- BALÁZSI ILDIKÓ–RÁBAINÉ SZABÓ ANNAMÁRIA– SZABÓ VILMOS–SZEPESI ILDIKÓ (2005a): A 2004-es Országos kompetenciamérés eredményei. Új Pedagógiai Szemle, 55. évf. 12. sz. 3–21. o.
- BALÁZSI ILDIKÓ–SZABÓ VILMOS –SZALAY BALÁZS (2005b): A matematikaoktatás minősége, hatékonysága és az esélyegyenlőség. Új Pedagógiai Szemle, 55. évf. 11. sz. 3–21. o.
- BALÁZSI ILDIKÓ–OSTORICS LÁSZLÓ–SZALAY BALÁZS (2007): PISA 2006 összefoglaló jelentés. A ma oktatása és a jövő társadalma. Oktatási Hivatal, Budapest. <http://oecd-pisa.hu/PISA2006Jelentes.pdf>.
- BÁTHORY ZOLTÁN (1979): Matematikatanításunk nemzetközi mérlegen. Köznevelés, 35. évf. 43. sz. 23–24. o.
- BÁTHORY ZOLTÁN (1992/2000): Tanulók, iskolák – különbségek. Egy differenciális tanításelmélet vázlata. 3. kiadás. Okker Oktatási Stúdió, Budapest.
- BEATON, A. E.–MULLIS, I. V. S.–MARTIN, M. O.–GONZALES, E. J.–KELLY, D. L.–SMITH, T. A. (1996): Mathematics Achievement in the Middle School Years: IEA's TIMSS. Boston College, Chestnut Hill.
- CSAPÓ BENŐ (szerk.) (1998, 2002): Az iskolai tudás. Osiris Kiadó, Budapest.
- CSAPÓ BENŐ (2002): Az iskolai tudás felszíni rétegei: mit tükröznek az osztályzatok? Megjelent: Csapó Benő (szerk.): Az iskolai tudás. Osiris Kiadó, Budapest. 45–90. o.

- CSÍKOS CSABA (2003): Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10–11 éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia*, 103. évf. 1. sz. 35–55. o.
- DOBI JÁNOS (2002): Megtanult és megértett matematikatudás. Megjelent: *Csapó Benő* (szerk.): Az iskolai tudás. Osiris Kiadó, Budapest. 177–199. o.
- FELVÉGI EMESE (2005): Gyorsjelentés a PISA 2003 összehasonlító tanulói teljesítménymérés nemzetközi eredményeiről. *Új Pedagógiai Szemle*, 55. évf. 1. sz. 63–85. o.
- GONZALES, P.–GUZMAN, J. C.–PARTELOW, L.–PAHLKE, E.–JOCELYN, L.–KASTBERG, D.–WILLIAMS, T. (2004): Highlights from the Trends in International Mathematics and Science Study (2003). U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. U.S. Government Printing Office, Washington, DC.
- HAJDU SÁNDOR (1989): A középfokú oktatásba lépő fiatalok matematikai műveltségének sajátosságai. *Pedagógiai Szemle*, 39. évf. 12. sz. 1142–1152. o.
- HAJDU SÁNDOR (1991): A matematikai műveltség változásai. Megjelent: Horánszky Nándor (szerk.): Jelzések az elsajátított műveltségről. Akadémiai Kiadó, Budapest. 36–52. o.
- KELEMEN RITA (2004): Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra*, 14. évf. 11. sz. 28–38. o.
- KISS ÁRPÁD (1961): Iskolás tanulóink tudásszintjének vizsgálata. Negyedik, befejező közlemény. *Pedagógiai Szemle*, 11. évf. 7–8. sz. 600–613. o.
- KONTRA JÓZSEF (1999): A gondolkodás flexibilitása és a matematikai teljesítmény. *Magyar Pedagógia*, 99. évf. 2. sz. 141–155. o.
- KONTRA JÓZSEF (2001): A nyelvi és strukturális tényezők befolyása a szöveges feladatok megoldására. *Magyar Pedagógia*, 101. évf. 1. sz. 5–45. o.
- MULLIS, I. V. S.–MARTIN, M. O.–BEATON, A. E.–GONZALES, E. J.–KELLY, D. L.–SMITH, T. A. (1998): *Mathematics Achievement in the Primary School Years: IEA TIMSS*. Boston College, Chestnut Hill.
- MULLIS, I. V. S.–MARTIN, M. O.–FIERROS, E. G.–GOLDBERG, A. L.–STEMLER, S. E. (2000): *Gender Differences in Achievement: IEA's Third International Mathematics and Science Study*. Boston College, Chestnut Hill.
- NAGY JÓZSEF (1971): Az elemi számolási készségek mérése és fejlettségének országos színvonala. Tankönyvkiadó, Budapest.
- NAGY JÓZSEF (1973): Alapművelti számolási készségek. Standardizált készségmérő tesztek 1. *Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae, Sectio Paedagogica, Series Specifica*, Szeged.
- NAGY JÓZSEF (1980): 5-6 éves gyermekeink iskolakészültsége. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- NAGY JÓZSEF (1986): Preventív fejlettségvizsgáló rendszer 4–7 éves gyermekek számára. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- NAGY JÓZSEF–CSÁKI IMRE (1976): Alsó tagozatos szöveges feladatbank. Standardizált készségmérő tesztek 2. *Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae, Sectio Paedagogica, Series Specifica*, Szeged.
- NAGY JÓZSEF–JÓZSA KRISZTÁN–VIDÁKOVICH TIBOR–FAZEKASNÉ FENYVESI MARGIT (2004): Az elemi alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban. Mozaik Kiadó, Szeged.
- OROSZ SÁNDOR (1998): Az általános iskolából kilépő tanulók tudásának változása 1990–1996 között. Megjelent: *Varga Lajos–Budai Ágnes* (szerk.): *Közoktatás-kutatás 1996–1997*. Művelődési és Közoktatási Misztérium és MTA Pedagógiai Bizottság, Budapest. 201–217. o.

- OROSZ SÁNDOR (2001): Az általános iskolából kilépő tanulók tudásának alakulása a rendszerváltás után. Megjelent: *Csapó Benő–Vidákovich Tibor* (szerk.): *Neveléstudomány az ezredfordulón*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 328–338. o.
- PÁLMAY LÓRÁNT (1994): A matematika diagnosztikus mérésének eredményei és tapasztalatai. *Budapesti Nevelő*, 1. sz. 69–73. o.
- RADNAINÉ SZENDREI JULIANNA (1983): A matematikavizsgálat. *Pedagógiai Szemle*, 33. évf. 2. sz. 151–157. o.
- RADNAINÉ SZENDREI JULIANNA–HABERMANN M. GUSZTÁV (1984): A tantervi eltérések hatása a IV. osztályos középiskolások matematikai teljesítményében. *Pedagógiai Szemle*, 34. évf. 2. sz. 130–143. o.
- ROBITAILLE, D. F.–GARDEN, R. A. (1989): *The IEA Study of Mathematics II: Contexts and outcomes of school mathematics*. Pergamon Press, Oxford.
- VÁRI PÉTER (szerk.) (2003): *PISA vizsgálat 2000*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- VÁRI PÉTER–KROLOPP JUDIT (1997): Egy nemzetközi felmérés főbb eredményei (TIMSS). *Új Pedagógiai Szemle*, 47. 4. sz. 56–76. o.
- VÁRI PÉTER–ANDOR CSABA–BÁNFI ILONA–BÉRCES JUDIT–KROLOPP JUDIT–RÓZSA CSABA (1998): Jelentés a Monitor '97 felmérésről. *Új Pedagógiai Szemle*, 48. évf. 1. sz. 75–105. o.
- VIDÁKOVICH TIBOR (1989): A 4-5 éves gyermekek fejlettségének vizsgálatára használt eszközök rendszerének elemzése. Megjelent: *Gerebenné Várbíró Katalin–Vidákovich Tibor* (szerk.): *A differenciált beiskolázás néhány mérőeszköze*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 117–127. o.
- VIDÁKOVICH TIBOR–CSAPÓ BENŐ (1998): A szövegesfeladat-megoldó készségek fejlődése. Megjelent: *Varga Lajos és Budai Ágnes* (szerk.): *Közoktatás-kutatás 1996–1997*. Művelődési és Közoktatási Minisztérium és MTA Pedagógiai Bizottság, Budapest. 247–273. o.